Exercice N°1 : | 12 points | (1)

1.1. $u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$ (1)

1.2 $E_0 = L\frac{di(t)}{dt} + E + r\,i(t) \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{E_0-E}{L}$ (1)

$\tau = \frac{L}{R}$ (0,5) $b = \frac{E_0-E}{L}$ (0,5)

1.3 a. $i_H = Ae^{-t/\tau}$ (0,5)

1.3.b. $i_p = \frac{E_0-E}{R}$ (0,5)

1.3.c. $i(t) = Ae^{-t/\tau} + \frac{E_0-E}{R}$

à $t=0$; $i(t=0) = I_0 = A + \frac{E_0-E}{R} \Rightarrow A = I_0 - \frac{E_0-E}{R}$

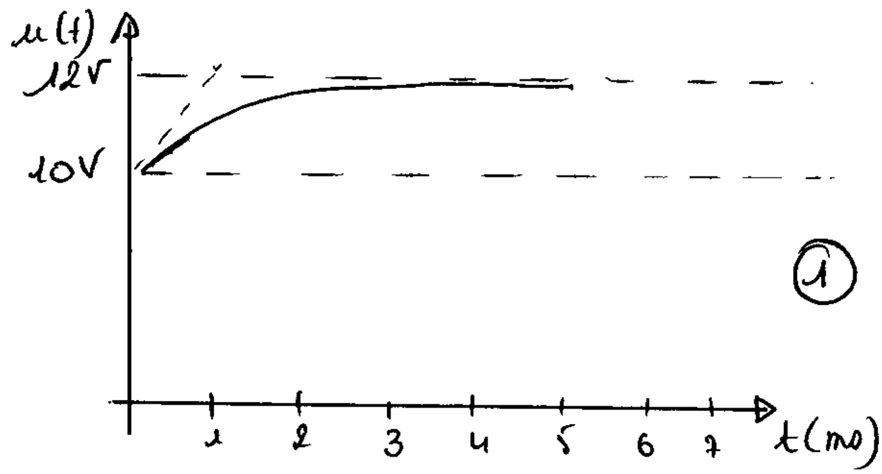
$i(t) = \left(I_0 - \frac{E_0-E}{R}\right)e^{-t/\tau} + \frac{E_0-E}{R}$ (1)

1.3.d. $t \to \infty \Rightarrow i \to \frac{E_0-E}{R}$ (0,5) $= 3A$ (0,5)

1.4. $u(t) = E + Ri(t) = (RI_0 - E_0 + E)e^{-t/\tau} + E_0$

$= 12 - 2e^{-t/\tau}$ (1)

1.5



$u(t) \to 12V = E_0$

(1)

1.6.a. $0 = L\frac{di'(t)}{dt} + Ri'(t) + E = 0 \Rightarrow \frac{di'(t)}{dt} + \frac{R}{L}i'(t) = -\frac{E}{L}$ (1)

1.6.b à $t=0$; $u(t') = 12V = E_0$; $i(t') = \frac{E_0-E}{R} = 3A$. (0,5)+(0,5)

1.6.c $i(t') = i_H + i_p = A'e^{-t/\tau} - \frac{E}{R}$; $A' = \frac{E_0}{R}$ (1)

$i(t') = -\frac{E}{R} + \frac{E_0}{R}e^{-t/\tau}$

1.6.d : $I_0 = -\frac{E}{R} + \frac{E_0}{R}e^{-t/\tau}$ $1 = -9 + 12e^{-t/\tau} \Rightarrow t_1 = \tau \ln\frac{10}{12} = 0,18ms$ (1)

Exercice n°2. | 12 points |

II 1. $\vec{F_R} + \vec{F_f} + \vec{P} = m'\vec{a}$ projection selon Oz :

$$-k(l-l_0)\vec{e_z} - \alpha\frac{dz}{dt}\vec{e_z} - m'g\vec{e_z} = m'\frac{d^2z}{dt^2}$$

$l = z(t)$ $\quad -k(z(t)-l_0) - \alpha\frac{dz}{dt} - m'g = m'\frac{d^2z}{dt^2}$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\alpha}{m'}\frac{dz}{dt} + \frac{k}{m'}z(t) = -g + \frac{k}{m'}l_0 \quad (2)$$

$\sigma = \frac{\alpha}{m'}$ (0,5) ; $\omega_0^2 = \frac{k}{m'}$ (0,5)

II.2. à l'equilibre $\frac{d^2z(t)}{dt^2} = 0$ $\quad \frac{dz(t)}{dt} = 0$

$$\omega_0^2 z_{eq} = -g + \omega_0^2 l_0 \Leftrightarrow (z_{eq} - l_0) = -\frac{g}{\omega_0^2} = -g\frac{m'}{k}.$$

$$k = -\frac{gm'}{z_{eq}-z_0} = 40\,000 \text{ N m}^{-1}. \quad (1)$$

II.3. equation caractéristique : $r^2 + \frac{1}{\sigma}r + \omega_0^2 = 0$

amortissement critique : $\Delta = \frac{1}{\sigma^2} - 4\omega_0^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sigma^2} = 4\omega_0^2$ (1)

$\alpha_c = 2\sqrt{km'} = 5660$ SI (0,5)

unité : $[\alpha] = MT^{-1} \Rightarrow \alpha$ en kg s-1. (0,5)

II.4. amortisseur usé $\alpha \searrow \frac{1}{\sigma} \searrow$ $\quad \Delta < 0 \Rightarrow$ régime apériodique (0,5)

la voiture oscille avant de revenir à sa position d'equilibre (0,5)

II.5. En régime permanent, les grandeurs mécanique sont sinusoïdales de m pulsation ω. $z(t) = Z_m\cos(\omega t + \varphi)$.

$\underline{z}(t) = \underline{Z_m}e^{j\omega t}$. (0,5)

II.6. $-\omega^2\underline{Z_m} + j\frac{\omega}{\sigma}\underline{Z_m} + \omega_0^2\underline{Z_m} = a.$

$$\underline{Z_m} = \frac{a}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\frac{\omega}{\sigma}} \quad (2)$$

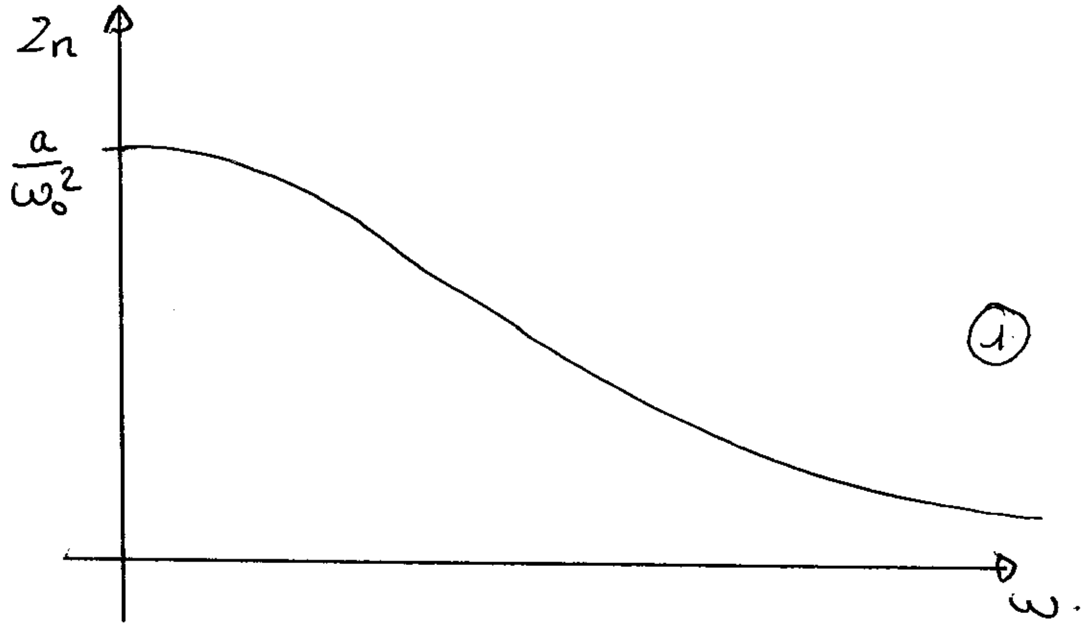
II.7. $$Z_n = \frac{a}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}}}$$

amortissement critique $\frac{1}{\tau^2} = 4\omega_0^2$

$$Z_n = \frac{a}{\sqrt{\omega_0^4 - 2\omega^2\omega_0^2 + \omega^4 + 4\omega^2\omega_0^2}} = \frac{a}{\omega_0^2+\omega^2}$$

1

II.8.



1

II.9. si $\alpha \ll \alpha_c$ $\Rightarrow$ phénomène de résonance.

$$Z_n > \frac{a}{\omega_0^2}.$$

0,5